

# Distance Géodésique

## Loi de Haversine et Vinsenty

Pape Séga WADE

Ecole Polytechnique

30 décembre 2018

# Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Loi Haversine
  - Définition
  - Équation Haversine
- 3 Loi Vincenty
- 4 Annex

# Introduction

La distance géodésique est par définition la distance entre deux points géographiques, ie leur latitude et longitude, autrement dit la distance du grand cercle entre ces deux points sur la terre.

## Définition de la loi Haversine

Équation de la loi Haversine approche sphérique de la terre pour le calcul de la distance du grand cercle entre deux points sur le sphère avec leurs latitudes et longitudes.

# Équation Haversine

L'équation de Haversine est définie par :

$$\text{hav}\left(\frac{d}{r}\right) = \text{hav}(\phi_2 - \phi_1) + \cos(\phi_1)\cos(\phi_2)\text{hav}(\lambda_2 - \lambda_1) \quad (1)$$

avec

$$\text{hav}(\theta) = 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

- hav : étant la fonction de haversine
- d : étant la distance géodésique entre les deux points sur la terre c'est à dire la distance de plus grand cercle entre ces points.
- r : étant le rayon de la terre  $r = 6371 \text{ Km}$

# Equation Haversine

On cherche maintenant à obtenir la distance  $d$  du plus grand cercle entre ces deux points il suffit alors d'appliquer la fonction de inverse de la formule de Haversine.

Ainsi nous avons :

$$d = rhav^{-1}(h) = 2r \arcsin(\sqrt{h})$$

$$h = hav\left(\frac{d}{r}\right)$$

$$d = 2r * \arcsin\sqrt{hav(\phi_2 - \phi_1) + \cos(\phi_1) * \cos(\phi_2) * hav(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

# Equation Haversine

Ainsi :

$$d_{\text{grand-cercle}} = 2r * \arcsin \sqrt{A_{\text{hav}}}$$

avec

$$A_{\text{hav}} = \sin^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) + \cos(\phi_1) * \cos(\phi_2) * \sin^2\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}\right)$$

**Remarque** :  $h < 1$  en effet lors de l'utilisation de la loi de Haversine on doit s'assurer que  $h < 1$  en raison d'une erreur de virgule flottant  $d \in \mathbb{R}$  pour  $h \in (0, 1)$ .

# Loi Vincenty

Modèle ellipsoïdale de la terre.

Les formules de Thaddeus Vincenty, géodésien polonais-américain, ont été développées pour calculer la distance (géodésique) la plus courte entre une paire de point latitude/longitude sur la surface d'un ellipsoïde de révolution. Contrairement à la méthode Haversine pour calculer sur une sphère, ces formules sont une méthode itérative et suppose que la terre est ellipsoïde.

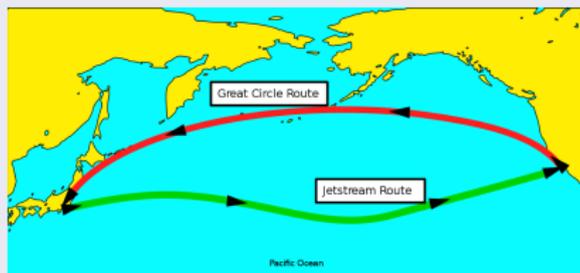


FIGURE – Distance du grand cercle

# Loi Vincenty

Ces dernières influent une méthode direct et indirect :

- la méthode direct permet de calculer l'emplacement d'un point qui est une distance et un azimut.
- la méthode inverse calcule la distance géographique et l'azimut entre deux point données.

L'objectif est de trouver le  $\lambda$  optimal comme qui converge

$$\lambda = L + (1 - C)f * \sin(\alpha)(\sigma + C * \sin(\sigma) * (\cos(2\sigma_m) + C * \cos(\sigma) * (-1 + 2 * \cos^2(2 * \sigma_m))))$$

# Squelette de base beamer

Voici le squelette de base pour faire une présentation sur latex

```
\documentclass[12pt]{beamer}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[T1]{fontenc}
\usepackage{lmodern}
\usepackage[]{babel}
\usepackage{graphicx}
\usetheme{Copenhagen}
\begin{document}
  %\author{}
  %\title{}
  %\subtitle{}
  %\logo{}
  %\institute{}
  %\date{}
  %\subject{}
  %\setbeamercovered{transparent}
  %\setbeamertemplate{navigation symbols}{}
  \begin{frame}[plain]
    \maketitle
  \end{frame}

  \begin{frame}
  \frametitle{}
  \end{frame}
\end{document}
```

FIGURE – Squelette de base beamer

# Annex code Beamer 1

Voici les codes beamer pour faire cette présentation :

```
\documentclass[11pt]{beamer}
\usepackage{utf8}{inputenc}
\usepackage[T1]{fontenc}
\usepackage{lmodern}
\usepackage[french]{babel}
\usepackage{amsmath}
\usepackage{amssymb}
\usepackage{amsmath}
\usepackage{amssymb}
\usepackage{graphicx}
\settheme{Warsaw}
\begin{document}
  \author{Pape Massane WADE}
  \title{Distance Géodésique}
  \subtitle{Loi de Haversine et Vincenty}
  %\logo{}
  \institute{Lycée Niakhare}
  \date{}
  \subject{Station de Total la plus proche d'une station météo}
  \setbeamercovered{transparent}
  \setbeamertemplate{navigation symbols}{}
  \begin{frame}[plain]
    \maketitle
  \end{frame}

  \begin{frame}{Sommaire}
    \tableofcontents
  \end{frame}

  \section{Introduction}

  \begin{frame}
    \frametitle{Introduction}
    La distance géodésique est par définition la distance entre deux points géographiques, ie leur latitude et longitude, autrement dit la distance du grand cercle entre ces deux points sur la terre.
  \end{frame}
```

# Annex code Beamer 2

Voici les codes beamer pour faire cette présentation :

```
\section{Loi Haversine}
\subsection{Définition}
\begin{frame}[Définition de la loi Haversine]
Équation de la loi Haversine approche sphérique de la terre pour le calcul de
la distance du grand cercle entre deux points sur le sphère avec leurs latitudes
et longitudes.
\end{frame}
\subsection{Équation Haversine}
\begin{frame}[équation Haversine]
L'équation de Haversine est définie par :
\begin{block}
\begin{equation}
hav(\frac{d}{r}) = hav(\phi_2 - \phi_1) +
cos(\phi_1)cos(\phi_2)hav(\lambda_2 - \lambda_1) \newline
\end{equation}
avec


$$hav(\theta) = 2\sin^2(\frac{\theta}{2})$$

\end{block}
\begin{block}
\begin{itemize}
\item hav : étant la fonction de haversine
\item d : étant la distance géodésique entre les deux points sur
la terre c'est à dire la distance de plus grand cercle entre ces
points.
\item r : étant le rayon de la terre  $r = 6371$  Km
\end{itemize}
\end{block}
\end{frame}
```

## Annex code Beamer 3

Voici les codes beamer pour faire cette présentation :

```

\begin{frame}{Equation Haversine}
\begin{block}

On cherche maintenant à obtenir la distance  $d$  du plus grand cercle
entre ces deux points il suffit alors d'appliquer la fonction de
inverse de la formule de Haversine. \\
Ainsi nous avons :


$$d = r \operatorname{hav}^{-1}(h) = 2r \arcsin(\sqrt{h})$$


$$d = 2r \arcsin(\sqrt{\operatorname{hav}(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2} + \cos(\phi_1) \cos(\phi_2) \operatorname{hav}(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}))})$$


\end{block}

\end{frame}

\begin{frame}{Equation Haversine}
\begin{block}

Ainsi :

$$d_{\text{grand-cercle}} = 2r \arcsin(\sqrt{A_{\text{hav}}})$$

avec

$$A_{\text{hav}} = \left\{ \sin^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) + \cos(\phi_1) \cos(\phi_2) \sin^2\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}\right) \right\}$$


\end{block}

\begin{block}

\textbf{Remarque} :

$$h < 1$$

en effet lors de l'utilisation de la loi de Haversine on doit s'assurer
que  $h < 1$  en raison d'une erreur de virgule flottant
 $d \in \mathbb{R}$  pour  $h \in (0,1)$ .

\end{block}

\end{frame}

```

FIGURE – code 3

## Annex code Beamer 4

Voici les codes beamer pour faire cette présentation :

```

\section{Loi Vincenty}
\begin{frame}{Loi Vincenty}
  Modèle ellipsoïdale de la terre.
  \begin{block}

    Les formules de Thaddeus Vincenty, géodésien polonais-américain, ont
    été développées pour calculer la distance (géodésique) la plus courte
    entre une paire de point latitude/longitude sur la surface d'un
    ellipsoïde de révolution.

    Contrairement à la méthode Haversine pour calculer sur une sphère, ces
    formules sont une méthode itérative et suppose que la terre est
    ellipsoïde.

  \end{block}

\end{frame}

\begin{frame}{Loi Vincenty}
  \begin{block}

    Ces dernières influent une méthode direct et indirect :

    \begin{itemize}
      \item la méthode direct permet de calculer l'emplacement d'un point
      qui est une distance et un azimut.

      \item la méthode inverse calcule la distance géographique et
      l'azimut entre deux point données.
    \end{itemize}

  \end{block}

\begin{block}

  L'objectif est de trouver le  $\lambda$  optimal comme qui converge
  
$$\lambda = L + (1-C)^{\sin(\alpha)} (\sigma + C \sin(\sigma) \cos(2\sigma_m)) \cos(\sigma) - 1 + 2 \cos^2(2\sigma_m)$$

  \end{block}

\end{frame}
\end{document}

```